

2018 日本大学文理学部数学科卒業生の集い「夏の学校」 に向けて

「数学科卒業生の栄光，そしてこれからの使命」

2018 日本大学文理学部
2018年 8月 4日

ともに明日の数学教育の充実を目指す
Project TECUM[©]

代表 長岡 亮介



現代の危機と戦う基盤としての数学

現代の危機とは、一神教的原理主義と商業主義的大衆迎合主義である。これらによる他者を理解しようとしないうる自己中心主義の夥しい蔓延と、お客様扱いに慣れた大衆中心の文化の扁平化のおそろべき速度の進行である。

それが数学がどう関係するのか？

まず、数学は、体質的に大衆迎合主義と決別している。なぜか？

- 数学では、多数決では真偽が決定できない！むしろ真理が小数者の側にあることがしばしばある！
- 笑顔で接近して来る教授は、どこか気持悪い！そう感じる数学科の学生は、「おこちゃま扱い」を好まないからであろう。おそらくは、「苦勞して、やっと分かった」ときの至福の体験が共有されている。若い学生ですら、見るからに「甘い誘惑」には、《恐い裏》があるこ

数学と原理主義との関係は？

実は、現代数学が本格化した 20 世紀には、数学にも
論理的に厳密な、形式的で、抽象的で、体系的、数学だけが、
数学の名に値する

という原理主義的傾向があった。甚だしいのは、Bourbaki
によって実践された *Elements de Mathématique* 的な教科書
の叙述である。

Eukleides (Euclid [英]) の『原論』の現代数学版である。数
学が単数形であることが Bourbaki の哲学を象徴している。

数学の全体を

《集合》と《構造》

という言葉で語ろうとするものである。

数学的な《集合》の概念は、哲学的にはかなり怪しい「個体」の「集まり」ではなく、公理的に記述される数学的な対象である。

他方、《構造》は、順序構造、代数的構造、幾何的構造（位相構造）?などいろいろあり、その中でさらに詳細な構造が公理的に定義される。

ある集合において、構造を定義することを、しばしば「集合に構造をいれる」と表現する。

少し具体的にお話すると

例えば、の話ですが、実数全体の集合 \mathbb{R} は、単なる集合そのものに過ぎない。(だからこそ、濃度(無限基数)の話題が出来る。)

しかし、それに加法、乗法を定義すると、「体」という代数構造が入り、それを利用して大小関係を定義すると、それによって「順序体」の構造が構築され、さらに、「アルキメデス性」

$\forall M \in \mathbb{R}^+, \forall \epsilon \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \geq n_0 \implies n \times \epsilon > M)$
を定義すると、「完備な順序体」という、極めて重要な構造が定義される、とかいっちゃう！

何の構造も入っていない、「純粋な実数全体」をどのように想像できるでしょう？

多くの人(いわゆる理系を自認する大人も含め)が、数直線や小数表示を通じて実数を理解しているのではないか？

ということは、最初から、位相構造や、代数構造が暗黙の内に仮定されているということではないでしょうか。

大学の数学科の授業で学生達が躓くのは、いかなる構造も仮定されていない世界(=純粋な集合)を想像することの難しさが理解できていないためではないだろうか？

実数全体の集合 \mathbb{R} は

加法に関して群を作り、それから 0 を除いたものの全体 \mathbb{R}^* は乗法に関して群を作り、そしてこのようにして、 \mathbb{R} は、この \mathbb{R} の加法と乗法に関して体を作る。

他方、 \mathbb{R} は、この加法と乗法に関して、 \mathbb{R} 上の線形空間を作る。

集合としては、 \mathbb{R} という以外には、いいようがない。それなのに、そこで定義される構造は代数構造だけでもこのようにいくらでもある！

こんな言い回しが、果たしてもっとも大切なことだろうか？

複素数全体の集合 \mathbb{C} となると

話はさらに複雑になる。

もっとも良い例は、 \mathbb{C} では、 \mathbb{R} と同様、加法と乘法について「体」をなすことばかりが強調されるが、これらの演算を通じて、線形空間にもなっている。

ただし、それはどういう構造か？

- 複素数の実数倍という演算に関しては、体 \mathbb{R} 上の線形空間
- 複素数の複素数倍という演算に関しては、体 \mathbb{C} 上ノ線形空間

という異なる構造の線形空間をなす！

数理世界の豊さを語る言葉は、Bourbakism 以外に、もっともっと、あっても良いのではないか？

数学的な原理主義と戦うための武器となる思想は

多様な数学的アプローチへの理解、
多様な数学的アプローチへの共感

言い替えると、

現代数学への、古典的なアプローチも許容し
古典数学への現代的なアプローチも許容する

《文化の多様性》を踏まえた《数学的寛容さ》ではないだろうか？

1 9世紀初めまでのおおらかな数学的精神

現代数学の基礎を築いた数学者たちは、皆おおらかであった！

- 近代科学の祖である Galileo Galilei
- 近代微積分法の祖である Isaac Newton
- 近代解析学の祖である Leonhard Euler
- 近代代数学の祖である Karl Friedrich Gauß
- 近代幾何学の祖である Jean Victor Poncelet
- 集合論の祖である Georg Cantor

20世紀の現代数学の巨人ですら、単なる形式的な公理主義に反対していた人は少なくない。

- Henri Poincaré
- Hermann Weyl
- André Weil
- 小平 邦彦
- ,et al.

数学は、何ゆえに重視されて来たか。

- 数学者が愛されて来たからか？ 確かにとても魅力的な数学者も存在するが、実際はむしろ反対かも？
- 数学的思考が人々に愛されて来たからか？ 確かに、数学的思考をとっても重視する人は存在する。かけ声をかける人がいるのは事実だが、現実には、かなり怪しい。
- 事柄を抽象化し、その世界の中で抽象的な思考をダイナミックに展開する数学的な思考の経験が、何にでも通用する本格的な思考の力を育み鍛えるために有効である、と考えられて来たからであろう。

単なる論理的な厳密さによってではない。抽象化を通じて実現される普遍性によってであったと思う。

それが、いまどきの学校では

数学は、いまや、暗記科目である、という！

「過去に出題された問題とその解答を覚えるのだ」¥という。

そのために、教科書を素早く終らせて、実戦的な入試演習に多くの時間を割くという流儀が日本中に拡散してるようである。

「公式の証明は良いから、公式の当てはめ練習に励め！」という「数学の先生」すら存在するという。

そんな知識が、一体どこで役立つであろうか？

「いいや、役立つはずがない！（反語）」（昔の国語ではこれが模範解答とされていた！）

数学の難しい定理を独力で発見し、その証明に独力で達することは、普通は出来ない。

それでは、数学の勉強にはどういう意味があるのか？

抽象的な数学の定理や証明を《理解すること》は《抽象的理解を発見する》ことである。

このような発見というもっとも深遠な人間的知性の体験の機会を提供するのが数学教育である、と私は思う。

それが、出来なくなっているとしたら

もし、数学教育で、それが出来なくなっているとしたら、もはや数学教育ではない！ それは、似而非数学教育である！
このような、今日の数学教育の閉塞した現状を打開するためには、私は

- 数学教育の現状そのものの《緻密な観察》に基づく《精密な把握》
- 数学教育の現状をもたらしている要因の《鮮烈な分析》と《厳密な立証》
- 現状の数学教育の内容を《少し高い立場から眺めて》はじめて気づく《新鮮な数学的風景》を愛でる《知的な余裕》
- 従来、わが国では教材化されていない数学的主題の、《多様な面白さ》を引き出す《演出的工夫》

といった作業と研究が必須であり、そのような志向性を明確に共有する様々な知見が提供され、相互に刺激し続けるような《緊張した相互的な力の場》の創出と維持が、より豊かな

しかしそれだけではありません。

地味に見える作業と研究を蓄積的に継続することの重要性は、いまでも強調したいとつねに思っています。

とりわけ「誰もが知っている学校数学」を対象とする研究では、ともすれば、陳腐、凡庸、自明の土壺にはまりかねない危険に隣り合いながら、しかしつねに創造性、斬新性を大切にして、しかも改革へと繋がる努力を継続することはとても大切だと思います。

しかし、最近、重要な視点がこれでは欠けていたことに気づきました。それは、「一回こっきりの青春」を生きる若者に寄り添って時空を共有する現場の教員にとっては、いつ活かされるか見えにくい学理的に奥行きのある議論よりも、《明日からの授業が変わる》ような実践的で即効性のある現状打開に役立つ具体策の提示が求められているのではないか、ということに気づきました。

それで考えたのが

それで考えたのが、医師の研究会や学会が、先端的な医学の知見を交換する学理的な会合（学会）において、現場での医療行為に対する指針（医療の世界ではしばしばガイドラインといいます）あるいは、指針の正しい読み方（ときには間違った読み方）のような、現場ですぐに役立ちそうな情報を、先端的な知見に基づいて伝達する活動を重視し、それを「luncheon seminar」とか「教育講演」と呼んでつねに大切にしていることでした。

「xxx 学会認定医」などもそのような講演会に出席し、場合によっては、そこでのテストなどを受けたという記録の数や点数で認定されるようです。

マル秘ですが。

この日本的制度に対し、次第にもっともっと USA 的に openness, fairness, そして accountability を要求されるように変化する流れができつつあるようで、お医者さんたちの中には、これでパニック状況になっていらっしゃる方もいるようです。

「イイカゲン」な資格認定をビジネスにされるのは困った風潮ですが、このような認定作業の運用には「良い加減」という叡知が重要であることは分野を問いません。

競争的資金で、教育研究の刷新努力を鼓舞するという名目の「研究費の重点投資」で、わが子の裏口入学を実現するという浅ましさは、論外であると信じたいところですが、調達の不正をチェックするシステムの発注を巡る汚職話を耳にすると、「官」に回る予算が大きいほど、この手の不正が蔓延することは論理的には自明に映ります。

要するに、

不公平がはびこる不正を許さないという厳しい倫理感も大切ですが、同時に、絶対的に公平な判定など出来るはずがない、という現実の複雑さに対する理解も重要ではないでしょうか。

この両者を区別した上で、受け入れる懐の深さが大事ではないかと思います。

それはともかく、

そういう懐の深さをもって、数学教育の指導的な人材を育成し、応援して行く運動体を作る必要があると考えるようになりました。

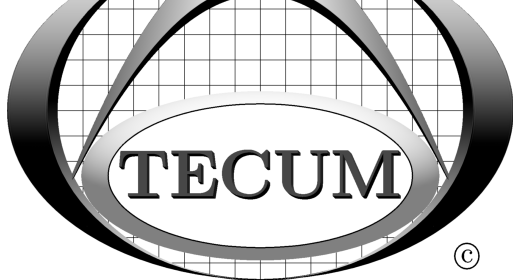
それが

TECUM

です。これは「君と一緒に」を意味するラテン語に由来する言葉であると同時に、孤独に戦う先生方が「手を組む」ことで団結する願いを込めた言葉です。

そして TECUM

一つの中心で
スに広義の二



数学の一神教的な狭量さとの戦い、言い替えると、数学と
いう高尚な学理（ロゴス）への尊敬と、教育という目立たな
い、しかし重要な実践（プラクシス）への責任の両立です