

## 数学の二つの心とはなにか

基本の打撃フォームも粘りのある足腰の基礎体力もできていない「野球少年」が、ひたすらバッティングセンターに通い、「ひたむきに」超豪速球に挑む「実践的な打撃練習」を繰り返していたなら、野球の経験豊かなコーチは、「その前にやるべきことがたくさんある」といって、基礎力充実のためのしっかりした練習メニューをアドバイスするに違いない。最近、若い学生諸君からそれぞれの数学の学習体験を聞くと、数学についての基礎的な理解＝最小限の理論的な理解を欠いたまま、「試験に出そうな問題」を解くという「実践的な数学の勉強」にほとんどの勉強時間を費やしているという人が少なくないようである。大変深刻なことに、このような勉強の方法を知らないまま頑張ろうとしてしまう若者に、真に効率的なメニューを作ってくれるはずの肝心の「コーチ」自身が、基礎を軽視して「実践的な練習」を推奨している、という寒々とした我が国の教育の実情が最近になって分かってきた。

《基礎 foundation》が重視されないのは、それを《初歩 elementary introduction》と取り違えるという「初歩的な誤り」があるからであろう。数学における基礎とは、計算や式変形といった技術を支える理論的な理解のことである。数学を理解するには、数学における《基礎の威力》と《基礎の魅力》に触れるのが一番の道である。良き師、良き書、良き友に出会い、この数学の二つの力を感じることを通じて、若者の中に眠っていた《数学的精神》が覚醒される。

従来は、大学が、学校数学の背景にある現代数学の広くて深い世界を、講義、演習、ゼミ、そして、自発的な輪講を通じて体験させることによって、学校数学の優秀な指導者を世に輩出して来たものであるが、自ら学習する学習力を鍛えられることなく大人になってしまった幼稚な学生と、彼らに卒業資格を与えることに存在理由を見い出す、教育力のない大学の爆発的増大、圧倒的増殖という社会現象を通じて、いまの学校現場は、「大学の数学と受験数学は別」と割り切り(?!), 数学の概念的な理解、理論的な理解を無視して、ひたすら「過去問」と呼ばれる練習問題を奨励するような「指導者」に溢れていると聞く。

おそらくは、未知の問題を思索を通じて解く、という数学的経験がない人が多いのだろう。確かにどんな難問もその解法を知っていれば、それを解くことができる\*1という主張は間違っていない。しかし、これは、数学における問題解法の意味をまったく誤解しているものといわなければならない。数学における問題解法は、基礎がしっかり分かっていたら少し考え、少し試行錯誤することを通じてそれまで暗闇であった未知の世界が突然明るく見える、という感動的な体験の舞台であるが、「解ける人と同じような数理世界を洞察する能力をもっている」ように他人の目に映るように努力することはこの舞台を擬装して切り抜けることに他ならない。数学の問題を解けたかどうかで「成績を判定」するという、人間社会の必要悪的な制度と習慣が、学習の目的と目標を、「成績」さえ良ければ、という、教育としてはあまりに安易、青春の過ごし方としてはあまりに惨めな、矮小で貧困な《結果主義》に誘導している。

多くの教育指導者の中に、理論的な理解を有し、それゆえ、いかなる新しい問題を見ても試行錯誤の思考を深めることによってその解法を発見するという奇跡的な体験がないのかも知れない。

幸い、そんな学理と程遠い反知性的な指導だけで合格者が増えるほど難関大学の数学入試は単純ではないし、嬉しいことに、そんな趨勢から超然としている真に優秀な指導者も存在する。前者について前のシリーズで十分に“証明”できたと思うし、後者に関しては、筆者自身の個人的知己の範囲から確信をもっている。したがって、全部が全部ということはありませんが、昔と比べて状況が悪化していると指摘されると、同意せざるを得ない。概して、教育が今日のように、競争的な環境下の大衆的サービスになってしまうと、教わる側も

\*1 正しくは、解けた人と同じような結果を書いて自分で解けたと錯覚することができる、というべきである。

教える側も、知性豊かな教養人を指すという教育の根本的視点が失われ、なんとか「他者を蹴落としても」「結果を出す」ということの方にばかり目が行くようになってしまうものである。そうすると、奥深い基礎に迫ることの意義は見失われ、初歩的な知識の表層を「手早く」終らせて、応用的、実践的な問題をいかに早く経験するか、が効率的な勉強の要<sup>かなめ</sup>であると思込んでしまうのかも知れない。このような大衆文化の圧倒的な洪水の中では、どんなに才能に溢れた若者も流されないのは容易でないだろう。確かに、大学入試より遥かに難しい司法試験や外交官試験などの受験生も、このような趨勢と無縁でないと聞く。

しかし、数学教育の場合には、日本社会の大きな構造的変化に伴う原因の他に、数学とその教育に由来する内的な原因があることに筆者はこの歳になってようやく気づいてきた。

昔から明らかだったことは、一般の善意の人々の間で、数学とは「数」を計算して、「問題」の「答え」を出す世界だという命題が、強く信じられて来たことである。受験競争の大衆化を通じて、数学に対する「理解」が普及するにつれ、こ誤解が、歪んだ信仰へ、最近では狂信というべきレベルまで悪化して来た。日本の若者に対してしばしば指摘される、あまりに素朴な《正解主義》、《マニュアル信仰》の起源も、筆者は、学校数学の教育にあるのではないかと疑っているほどである。数学は、「計算」して「正解を出す」ものではない、という当たり前のことがなかなか分かって貰えない。

以前にも本誌で「告白」したことであるが、「一桁の九九」ですらときどき危ないほど計算が苦手な筆者は、暗算の間違いを指摘されてしばしば慌てふためく。しかし、その筆者も、位取り記数法の原理や自然数についての演算規則

$$a + b = b + a, \quad (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$a \times b = b \times a, \quad (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c, \quad (a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

などについては、きちんと理解しているつもりである。したがって慌てなければ、いくら複雑な計算でも、少々時間がかかるかも知れないが正しい計算を遂行する自信はある！（ホント！）

確かに、「九九」のような知識は能率的な計算のために不可欠であるが、機械的な暗記は、理論的な理解と無縁であるという点もまた重要である。コンピュータが「正しく計算できる」のは、正しい計算が、機械的な処理にすぎないことの証である。人間にしかできないのは、**計算の根拠を深く理解すること**、そして、負け惜しみのように恐縮であるが、ときに間違えることである。（知的な能力を持たないコンピュータは間違えることができない。コンピュータが暴走＝フリーズしてしまうのは人間の書いたプログラムが不完全であるからである！）

数学教育でさらに難しいことの一つは、この例で言えば、学習者が、正しい計算方法を修得すること（その結果として複雑な計算を正確に素早くこなせるようになること）という、誰の目にも分かりやすい教育目標の裏に、計算という作業を通じて、計算を支えている数理世界の秩序をより深く理解していく、というより知的で、より重要な教育目標が存在する、という**目標の二重性**である。ここで厄介なことは、より重要な後者が一般の人には前者より見えにくい**目標の構造的複雑さ**である。またもう一つ、第二の目標がまったく達成されていなくても第一の目標だけが達成されることがありうるという**目標の相対的独立性**である。特に、初等的なレベルでは、理論的な理解はなくても、練習に継ぐ練習という鍛練で、「難しい算数の問題」\*2に正解を見つける「力」がつく、という不可思議な現象が現実には起こりうる。これが、初等教育、中等教育が反学理的に「充実」すればするほど、高等教育が貧困化するという我が国の皮肉な現象の原因の一つとなっているに違いない。

\*2 我が国では小学校の数学を算数と呼んで数学と区別する奇妙な慣習が定着している。

そこで、これからは、昨今の風潮に翻弄されかねない状況にいる知的な青年(そしてまた、知的な教員、知的な保護者の皆さん)のために、《数学における基礎の大切さに一歩迫る》という趣旨の新しい連載を始めて行きたい。

もう少し具体的にいえば、<sup>そうそう</sup> 錚々たる著者陣が誠実に書いた検定教科書のような**学校数学の規範的典拠**は、

- 現代数学の知見とそれに至る数学の歴史を背景とした《数学の厳正な学理》
- 身体的な成長、精神的な発達<sup>そ</sup>の両面から見て発展途上にある青少年に対する《暖かい教育的慈愛》

という容易には相容れない矛盾した理想の調和の実現を目指して書かれるものであるが、その結果として、**いかに多くの妥協の産物にならざるを得ないものである**ということは、あまり知られていないように思う。さらに我が国の検定教科書の場合には、

- 全国の同一学年の子供に対して斉一的=画一的に目標達成を保証しようとする《教育行政の強引な理想主義》
- 小学校から大学まで学校を中心に存在する教育を糧とする《巨大な社会勢力の持つ慣性力》
- 学理の奥行きを知らないまま、個人的な経験を「より良い数学教育」の実現へと安直に一般化する「教育学の専門家」の《新しい教育への楽天主義》

といった、といった厄介な要因も働いたため、規範的な教材を「理解」したつもりで安易に提供される現場の教育数学が、**いかに多くの学問的な虚偽にまみれやすいか**、結果として、ときに**教育的な不正に陥りやすいか**を、数学の具体的な題材のなかで明らかにすることを通じて、逆に、教材の裏に潜んでいる理論的な理解の魅力を発見できる場を提供できれば、と考えているわけである。

そのための手法として、最近頻りとなされていると聞く、基礎を威力を知らずに先を急ぐお手軽な「先取り教育」と、本当の数学的基礎の理解へと誘う《本格的な基盤的教育》とを対照的に紹介していこうと思う。読者の理解の利便を計るために、前者については、フレンドリな会話調の《熱血授業》風に、後者については、学生の理解の有無は気にせず坦々と進む、大学で一般的な《魅力に欠けた冷たい一方的講義》調の文体で、区別することにしよう。もちろん、前者に関しても、できる限り知的な若者の心に訴えるポイントは外さないようにするが、いくら頑張ってもニセモノにはニセモノの限界があるということを理解して貰い、ホンモノへと向う気持ちをもっていただくのが後半の解説の目標である。今回は紙数を使い果たしてしまったので、具体的な内容は次回以降にしよう。

アインシュタインの“Education is what remains after one has forgotten everything he learned in school.”\*3という有名な言葉は、表面的な知識の伝達を超えた、教育の真の意義を語る、天才物理学者らしいスパイスの効いたアフォリズムである。数学の公式や解法のテクニックなどの「知識」がすべて忘れ去られたとしても心に明確に残るもの、それは数学的な認識との出会いという発見の感動体験であろう。このような感動体験と無関係な数学しか知らない人をもし産み出しているとしたなら、誠にそういう数学教育は罪作りだといわなければなるまい。数学の学習の中にこのような体験の機会がたくさん眠っていることをできるだけ多くの人に気づいていただけるように、との希望をもって新連載をはじめたい。

---

\*3 念のための拙訳: 教育とは、学校で学んだ一切を忘れてしまった後になって残るものである。」